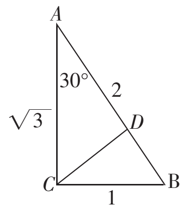
1. B　自行车前后轮与撑脚分别接触地面，此时三个接触点不在同一条线上，所以可以确定一个平面，即地面，从而使得自行车稳定.

2. C　$(1-i)(2-i)=1-3i$.

3. D　$\because b=2a\sin B$，$\therefore \sin B=2\sin A\sin B$，$\therefore \sin A=\frac{1}{2}$，$\therefore A=30°$或$150°$.

4. C　设 Rt△ABC 中，$\angle BAC=30°$，$BC=1$，则 $AB=2$，$AC=\sqrt{3}$，求得斜边上的高 $CD=\frac{\sqrt{3}}{2}$，



旋转所得几何体的体积分别为 $V_1=\frac{1}{3}\pi(\sqrt{3})^2\times 1=\pi$，$V_2=\frac{1}{3}\pi\times 1^2\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$，

$V_3=\frac{1}{3}\pi(\frac{\sqrt{3}}{2})^2\times 2=\frac{1}{2}\pi$，

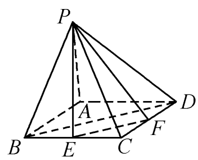
故 $V_1:V_2:V_3=1:\frac{\sqrt{3}}{3}:\frac{1}{2}=6:2\sqrt{3}:3$.

5. A　当截面不过旋转轴时，截面图形是选项 A.

6. D　由$(b^2-c^2)\tan A=4S$，有$\frac{(b^2-c^2)\sin A}{\cos A}=2bc\sin A$，有 $b^2-c^2=2bc\cos A$，有 $b^2-c^2=b^2+c^2-a^2$，有 $a=\sqrt{2}c$，又由 $a\cos C+c\cos A=\frac{3\sqrt{2}}{2}c$，有 $\sin A\cos C+\sin C\cos A=\frac{3\sqrt{2}}{2}\sin C$，有 $\sin(A+C)=\frac{3\sqrt{2}}{2}\sin C$，有 $\sin B=\frac{3\sqrt{2}}{2}\sin C$，有 $b=\frac{3\sqrt{2}}{2}c$，有 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{2c^2+\frac{9}{2}c^2-c^2}{6c^2}=\frac{11}{12}$.

7. A　取 CD 的中点 F，连 EF，PF，由 $PB\perp BE$，$PD\perp DF$ 可得 $PE=PF=3$，$EF=\sqrt{2}$，

$\cos\angle PEF=\frac{\frac{1}{2}EF}{PE}=\frac{\sqrt{2}}{2\times 3}=\frac{\sqrt{2}}{6}$.



8. D　由于$\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{NC}$，则$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，取 AB 的中点为 E，连接 OE，由于 O 为△ABC 的外心，则$\overrightarrow{EO}\perp\overrightarrow{AB}$，所以$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EO})\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2=\frac{1}{2}\times 6^2=18$，同理可得$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}^2=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$，所以$\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{AO}=(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\times 18+\frac{2}{3}\times\frac{9}{2}=6+3=9$.

9. CD　对于 A 项，这条直线也可能在平面内，故 A 项不正确；对于 B 项，这条直线也可能和平面不垂直，故 B 项不正确.

10. BCD　$\because\frac{2-z}{2+z}=i$，$\therefore z=\frac{2-2i}{1+i}=-2i$，$\therefore|3+z|=|3-2i|=\sqrt{13}$，$3+z=3-2i$，即该复数对应的点在第四象限.

11. BD　因为$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC}$，所以$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

又$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，点 E 在线段 AD 上移动，

所以$\overrightarrow{AE}\parallel\overrightarrow{AD}$，则$\frac{\frac{1}{2}}{\lambda}=\frac{\frac{1}{2}}{\mu}$，即 $\lambda=\mu(0\leqslant\lambda\leqslant\frac{1}{2})$，

所以 $t=(\lambda-1)^2+\lambda^2=2\lambda^2-2\lambda+1=2(\lambda-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{2}$.

当 $\lambda=\frac{1}{2}$时，t 的最小值是$\frac{1}{2}$.

12. AC　由 $\cos 2\angle ABC=-\frac{7}{25}$，得 $2\cos^2\angle ABC-1=-\frac{7}{25}$，

又角 $\angle ABC$ 为钝角，

解得：$\cos\angle ABC=-\frac{3}{5}$，

由余弦定理 $c^2=a^2+c^2-2ac\cos\angle ABC$，得 $\frac{64}{5}=a^2+4-4a\left(-\frac{3}{5}\right)$，

解得 $a=2$，可知 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，即 $A=C$，

所以 $\cos\angle ABC=-\cos 2A=-(1-2\sin^2 A)=-\frac{3}{5}$，

解得 $\sin A=\frac{\sqrt{5}}{5}$，故 A 正确；

可得 $\cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

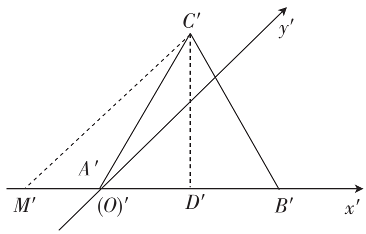
在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\frac{c}{AD}=\cos A$，得 $AD=\sqrt{5}$，可得 $BD=\sqrt{AD^2-AB^2}=\sqrt{5-4}=1$，故 B 错误；

$CD=b-AD=\frac{8\sqrt{5}}{5}-\sqrt{5}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，可得 $\frac{|\overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{DA}|}=\frac{\frac{3\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{5}}=\frac{3}{5}$，可得 $5\overrightarrow{CD}=3\overrightarrow{DA}$，故 C 正确；

所以 $\triangle BCD$ 的面积为 $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}a\times CD\sin C=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{3\sqrt{5}}{5}\times\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{3}{5}$，故 D 错误.

13. $-\frac{1}{10}$　由正弦定理有 $a:b:c=5:7:9$，则 $\cos C=\frac{25+49-81}{2\times 5\times 7}=-\frac{1}{10}$.

14. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$　过点 C' 作 $C'M'\parallel y'$ 轴，且交 x' 轴于点 M'.



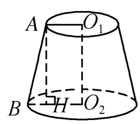
过 C' 作 $C'D'\perp x'$ 轴，且交 x' 轴于点 D'，

则 $C'D'=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，$\therefore\angle C'M'D'=45°$，$\therefore C'M'=\frac{\sqrt{6}}{2}a$. $\therefore$ 原三角形的高 $CM=\sqrt{6}a$，底边长为 a，其面积为 $S=\frac{1}{2}\times a\times\sqrt{6}a=\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$ 或 $S_{直观}=\frac{\sqrt{2}}{4}S_{原}$，$\therefore S_{原}=\frac{4}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$.

15. -7　以 AC 的连线为 x 轴，过 B 点且垂直于 AC 的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，则 $A(-4,0)$，$C(3,0)$，$D(-1,-2)$，$B(0,2)$，$\overrightarrow{AC}=(7,0)$，$\overrightarrow{BD}=(-1,-4)$；$\therefore(\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA})\cdot(\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CB})=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=-7$.

16. $2\sqrt{3}$　由 $BD_1\perp$ 平面 AB_1C，故点 P 在 $\triangle AB_1C$ 上，由 $AC=2\sqrt{2}$，可得 P 构成平面图形的面积为：$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}$.

17. 解：(1) 如图，过点 A 作 $AH\perp BO_2$，垂足为 H，………………………… 1 分



由 $OA_1=2$，$OO_2=5$，有 $BH=3$，………………………… 3 分

又由 $AB=5$，可得 $AH=4$，故圆台的高为 4 ………………………… 5 分

(2) 由圆 O_1 的面积 $S_1=4\pi$ ………………………… 6 分

圆 O_2 的面积为 $S_2=25\pi$ ………………………… 7 分

故圆台的体积为 $\frac{1}{3}(4\pi+10\pi+25\pi)\times 4=\frac{156\pi}{3}=52\pi$ ………………………… 10 分

18. 解：(1) $\overrightarrow{DA}=-(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})=(2-m,-2)$，………………………… 2 分

因为 $\overrightarrow{BC}\parallel\overrightarrow{DA}$，所以 $8-4m+2=0$，解得 $m=\frac{5}{2}$. ………………………… 5 分

(2) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(1+m,2)$，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=(-2,4)$，………………………… 7 分

因为$\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$，所以$-2(m+1)+8=0$，解得 $m=3$， ………………………………… 9 分

此时，$\overrightarrow{AB}=(3,-2)$，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=(1,2)$， ………………………………… 10 分

所以 $\cos\angle BAD=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|}=\dfrac{3-4}{\sqrt{13}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{\sqrt{65}}{65}$. ………………………………… 12 分

19. 解：(1)由条件，得 $AC=CD=1$，$AB=2$，

$\therefore\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\times1\times\cos\angle BAC=1$，则

$\cos\angle BAC=\dfrac{1}{2}$， ………………………………… 2 分

$\because\angle BAC\in(0,\pi)$，$\therefore\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，

$\therefore BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos\angle BAC=3$，

$\therefore BC=\sqrt{3}$， ………………………………… 4 分

$\therefore BC^2+AC^2=AB^2$，

$\therefore\angle ACB=\dfrac{\pi}{2}$. ………………………………… 5 分

$\because\sin\angle BCD=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\angle ACD\right)=\cos\angle ACD=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore\sin\angle ACD=\dfrac{4}{5}$， ………………………………… 6 分

∴四边形 $ABCD$ 的面积

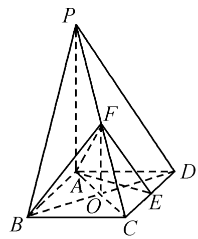
$S=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BC+\dfrac{1}{2}AC\cdot CD\cdot\sin\angle ACD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{2}{5}$. ………………………………… 8 分

(2)在$\triangle ACD$ 中，

$AD^2=AC^2+DC^2-2AC\cdot DC\cdot\cos\angle ACD=1+1-\dfrac{6}{5}=\dfrac{4}{5}$， ………………………………… 10 分

$\therefore AD=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，$\therefore\sin D=\dfrac{AC}{AD}\cdot\sin\angle ACD=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. ………………………………… 12 分

20. 解：(1)$\because\angle BAD=120^\circ$，$AB=2$，四边形 $ABCD$ 为菱形



$\therefore AE=\sqrt{3}$，$S_{四边形ABCE}=\dfrac{1}{2}\times(1+2)\times\sqrt{3}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ ………………………………… 2 分

如图，连 AC，BD 相交于点 O，连 OF

$\because PF=CF$，$AO=OC$，$\therefore OF\parallel AP$ ………………………………… 4 分

$\because AP\perp$平面 $ABCD$，$\therefore OF\perp$平面 $ABCD$，且 $OF=\dfrac{1}{2}AP=2$

$\therefore V_{F\text{-}ABCE}=\dfrac{1}{3}\times2\times\dfrac{3\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ ………………………………… 6 分

(2)$\because OF\perp$平面 $ABCD$，$\therefore BF$ 与底面 $ABCD$ 形成的角为$\angle FBO$ ………………………………… 8 分

$\because OF=2$，$OB=\sqrt{3}$ ………………………………… 10 分

$\therefore\tan\angle FBO=\dfrac{FO}{BO}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

故 BF 与底面 $ABCD$ 所成角的正切值为$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. ………………………………… 12 分

21. 解：(1)在锐角$\triangle ABC$ 中，$\sin A=\dfrac{24}{25}$，$\sin B=\dfrac{4}{5}$，$AC=5$，

由正弦定理可得$\dfrac{AC}{\sin B}=\dfrac{BC}{\sin A}$， ………………………………… 3 分

所以 $BC=\dfrac{AC\sin A}{\sin B}=\dfrac{5\times\frac{24}{25}}{\frac{4}{5}}=6$. ………………………………… 5 分

(2)由 $\sin\angle BAC=\dfrac{24}{25}$，$\sin\angle ABC=\dfrac{4}{5}$，可得 $\cos\angle BAC=\dfrac{7}{25}$，$\cos\angle ABC=\dfrac{3}{5}$，

所以 $\cos C=-\cos(\angle BAC+\angle ABC)=-\cos\angle BAC\cos\angle ABC+\sin\angle BAC\sin\angle ABC$

$=-\frac{7}{25}\times\frac{3}{5}+\frac{24}{25}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$. ………………………………………… 7 分

因为 $BE\perp AC$,所以 $CE=BC\cos C=6\times\frac{3}{5}=\frac{18}{5}$, $AE=AC-CE=\frac{7}{5}$, ………………………… 8 分

在$\triangle ACD$ 中,$AC=5$,$CD=\frac{1}{3}BC=2$,$\cos C=\frac{3}{5}$,

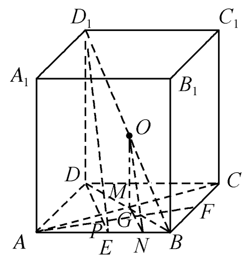
由余弦定理可得 $AD=\sqrt{AC^2+DC^2-2AC\cdot DC\cos C}=\sqrt{25+4-12}=\sqrt{17}$,

所以 $\cos\angle DAC=\frac{AD^2+AC^2-CD^2}{2AD\cdot AC}=\frac{17+25-4}{10\sqrt{17}}=\frac{19\sqrt{17}}{85}$. ………………………… 10 分

由 $BE\perp AC$,得 $AF\cos\angle DAC=AE$,

所以 $AF=\frac{\frac{7}{5}}{\frac{19\sqrt{17}}{85}}=\frac{7\sqrt{17}}{19}$. ………………………………………… 12 分

22.解:(1)证明,记 AF,DE 相交于点 P



$\because AE=BF,AD=AB,\angle DAE=\angle ABC=90^\circ$

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle BAF$

$\therefore \angle ADE=\angle FAE$ ………………………… 1 分

$\because \angle ADP+\angle DAP=\angle DAP+\angle EAF=90^\circ$ ………………… 2 分

$\therefore AF\perp DE$

$\because DD_1\perp$底面 $ABCD$

$\therefore DD_1\perp AF$ ………………………………… 3 分

$\because DE\cap DD_1=D$,DE,$DD_1\subset$平面 DD_1E

$\therefore AF\perp$平面 DD_1E ………………………………………… 4 分

(2)连 AC,BD 相交于点 M,取 BE 的中点 N,连 ON,MN,OM,MN 与 AF 相交于点 G,连 OG

$\because OB=OD_1$,$DM=BM$,$\therefore OM/\!/DD_1$

$\because OB=OD_1$,$EN=NB$,$\therefore ON/\!/D_1E$

$\because OM/\!/DD$,$D_1D\subset$平面 DD_1E,$\therefore OM/\!/$平面 DD_1E ………………………… 6 分

同理,$ON/\!/$平面 DD_1E ………………………………………… 7 分

$\because OM\cap ON=O$,OM,$ON\subset$平面 OMN

$\therefore$平面 $OMN/\!/$平面 DD_1E ………………………………………… 8 分

$\because OG\subset$平面 OMN

$\therefore OG/\!/$平面 DD_1E ………………………………………… 9 分

在$\triangle ANM$ 中,$MN/\!/DE$,$AE=2EN$

$\therefore AP=2GP$ ………………………………………… 10 分

记 $AB=2$,在$\triangle ABF$ 中,$AF=\sqrt{5}$,$\sin\angle AED=\frac{2}{\sqrt{5}}$

在 $\mathrm{Rt}\triangle APE$ 中,$AP=AE\sin\angle AED=\frac{2}{\sqrt{5}}\times1=\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore AG=\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{3}{\sqrt{5}}$

$\therefore \frac{AG}{GF}=\frac{\frac{3}{\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-\frac{3}{\sqrt{5}}}=\frac{3}{2}$

故存在点 G,且$\frac{AG}{GF}=\frac{3}{2}$. ………………………………………… 12 分